



---

**FINAL EXAMINATION / PEPERIKSAAN AKHIR**  
**SEMESTER II – SESSION 2020 / 2021**  
**PROGRAM KERJASAMA**

COURSE CODE : DDWC/DDWD 1693  
KOD KURSUS

COURSE NAME : DISCRETE MATHEMATICS  
NAMA KURSUS METEMATIK DISKRIT

YEAR / PROGRAMME : 1 DDWC/DDWD  
TAHUN / PROGRAM

DURATION : 3 HOURS (INCLUDING SUBMISSION HOUR)  
TEMPOH 3 JAM (TERMASUK MASA PENGHANTARAN)

DATE : APRIL / MAY 2021  
TARIKH

---

**INSTRUCTION / ARAHAN:**

1. Answer **ALL** questions and write your answers on the answer sheet.  
*Jawab SEMUA soalan dan tulis jawapan anda pada kertas jawapan.*
2. Write your name, matric no., identity card no., course code, course name, section no. and lecturer's name on the first page (in the upper left corner) and every page thereafter on the answer sheet.  
*Tulis nama anda, no. matrik, no. kad pengenalan, kod kursus, nama kursus, no. seksyen dan nama pensyarah pada muka surat pertama(penjuru kiri atas)kertas jawapan dan pada setiap muka surat jawapan.*
3. Each answer sheet must have a page number written at the bottom right corner.  
*Setiap helai kertas jawapan mesti ditulis nombor muka surat pada bahagian bawah penjuru kanan.*
4. Answers should be handwritten, neat and clear.  
*Jawapan hendaklah ditulis tangan, kemas dan jelas menggunakan huruf cerai.*

---

**WARNING / AMARAN**

Students caught copying / cheating during the examination will be liable for disciplinary actions and the faculty may recommend the student to be expelled from sitting for exam.  
*Pelajar yang ditangkap meniru / menipu semasa peperiksaan akan dikenakan tindakan disiplin dan pihak fakulti boleh mengesyorkan pelajar diusir dari menduduki peperiksaan.*

---

This examination paper consists of **14** pages including the cover.  
*Kertas soalan ini mengandungi **14** muka surat termasuk kulit hadapan.*

**ONLINE EXAMINATION RULES AND REGULATIONS**  
**PERATURAN PEPERIKSAAN SECARA DALAM TALIAN**

1. Student must carefully listen and follow instructions provided by invigilator.  
*Pelajar mesti mendengar dan mengikuti arahan yang diberikan oleh pengawas peperiksaan dengan teliti.*
2. Student is allowed to start examination only after confirmation of invigilator if all needed conditions are implemented.  
*Pelajar dibenarkan memulakan peperiksaan hanya setelah pengesahan pengawas peperiksaan sekiranya semua syarat yang diperlukan telah dilaksanakan.*
3. During all examination session student has to ensure, that he is alone in the room.  
*Semasa semua sesi peperiksaan pelajar harus memastikan bahawa dia bersendirian di dalam bilik.*
4. During all examination session student is not allowed to use any other devices, applications except other sites permitted by course lecturer.  
*Sepanjang sesi peperiksaan pelajar tidak dibenarkan menggunakan peranti dan aplikasi lain kecuali yang dibenarkan oleh pensyarah kursus.*
5. After completing the exam student must inform invigilator via the set communication platform (eg. WhatsApp etc.) about completion of exam and after invigilator's confirmation leave examination session.  
*Selepas peperiksaan selesai, pelajar mesti memaklumkan kepada pengawas peperiksaan melalui platform komunikasi yang ditetapkan (contoh: Whatsapp dan lain-lain) mengenai peperiksaan yang telah selesai dan meninggalkan sesi peperiksaan selepas mendapat pengesahan daripada pengawas peperiksaan.*
6. Any technical issues in submitting answers online have to be informed to respective lecturer within the given 30 minutes. Request for re-examination or appeal will not be entertain if complains are not made by students to their lecturers within the given 30 minutes.  
*Sebarang masalah teknikal dalam menghantar jawapan secara dalam talian perlu dimaklumkan kepada pensyarah masing-masing dalam masa 30 minit yang diberikan. Permintaan untuk pemeriksaan semula atau rayuan tidak akan dilayan sekiranya aduan tidak dibuat oleh pelajar kepada pensyarah mereka dalam masa 30 minit yang diberikan.*
7. During online examination, the integrity and honesty of the student is also tested. At any circumstances student is not allowed to cheat during examination session. If any kind of cheating behaviour is observed, UTM have a right to follow related terms and provisions stated in the respective Academic Regulations and apply needed measures.  
*Semasa peperiksaan dalam talian, integriti dan kejujuran pelajar juga diuji. Walau apa pun keadaan pelajar tidak dibenarkan menipu semasa sesi peperiksaan. Sekiranya terdapat sebarang salah laku, UTM berhak untuk mengikuti terma yang dinyatakan dalam Peraturan Akademik.*

**PART A : Answer all questions in the provided space***BAHAGIAN A : Jawab semua soalan pada ruang yang disediakan.***Q1-Q10: Identify which of the following is TRUE or FALSE.***Q1-Q10 : Kenalpasti manakah diantara berikut adalah BENAR atau PALSU.**Question / Soalan:***T / F**

**Q1.** For  $0 \leq r \leq n$ ,  ${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$  is the number of  $r$  combination on  $n$  objects.

*Bagi  $0 \leq r \leq n$ ,  ${}^nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$  adalah bilangan kombinasi  $r$  ke atas  $n$  objek.*

**Q2.**  ${}^{n-r}C_3 = \frac{1}{6}(n-r)(n-r+1)(n-r+2)$

**Q3.** Assume that all outcomes in the sample space A are equally likely to occur

and suppose that  $|A| = n$ . Then the sum of each elementary probability of

A is equal to  $\frac{1}{n+1}$ .

*Andaikan semua keputusan dari ruang sampel A mempunyai kemungkinan yang*

*sama untuk berlaku dan katakan  $|A| = n$ . Maka hasil tambah setiap kebarangkalian*

*asas bagi A adalah  $\frac{1}{n+1}$ .*

**Q4.** Three coins are thrown at the same time and the face that shows up in each coin is recorded. The number of the events that at least 2 heads appears is 3.

*Tiga keping syiling dilontarkan serentak dan permukaan yang ditunjukkan pada setiap*

*syiling direkodkan. Bilangan peristiwa bahawa sekurang-kurangnya 2 kepala yang muncul*

*adalah 3.*

**Q5.** If  $m$  pigeons occupy  $n$  pigeonholes, and  $m < n$ , then at least one pigeonhole has two or more pigeons.

*Jika  $m$  burung merpati menduduki  $n$  sarang merpati, dan  $m < n$ , maka sekurang-*

*kurangnya satu daripada sarang merpati mesti mengandungi dua atau lebih bilangan*

*burung merpati.*

- Q6.** An Euler circuit in graph  $G$  is a simple circuit that contains every vertex of  $G$ .

Suatu litar Euler dalam graf  $G$  adalah suatu litar mudah yang mengandungi setiap bucu  $G$ .

- Q7.** There is a sum of 7 in-degree of the vertices in graph  $G$  with directed edges that can be seen in Figure 1 below.

Terdapat jumlah sebanyak 7 darjah-dalamnya bagi bucu pada graf  $G$  dengan sisi-sisi berarah yang dapat dilihat dalam Rajah 1 di bawah.

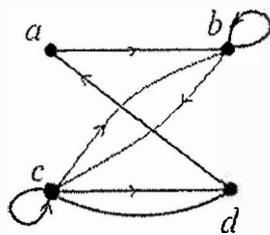


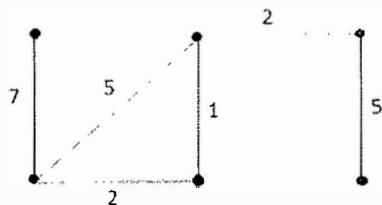
Figure 1 / Rajah 1

- Q8.** If  $n$  is a positive integer, we say that a tree  $T$  is an  $n$ -tree if every vertex has at most  $n$  offspring.

Jika  $n$  adalah integer positif, maka suatu pohon  $T$  adalah pohon- $n$  sekiranya setiap bucu mempunyai paling banyak  $n$  anak.

- Q9.** The following graph

Graf berikut



has two spanning trees as shown in Figure 2.

mempunyai dua pohon rentangan seperti ditunjukkan dalam Rajah 2



Figure 2 / Rajah 2

**Q10** Let  $S = \{s_0, s_1\}$  and  $I = \{0, 1\}$ . The state transition function is defined as follows:

Biar  $S = \{s_0, s_1\}$  dan  $I = \{0, 1\}$ . Fungsi peralihan keadaan ditakrifkan seperti berikut:

$$\begin{array}{ll} f_0(s_0) = s_0 & f_0(s_1) = s_0 \\ f_1(s_0) = s_1 & f_1(s_1) = s_1 \end{array}$$

has the following automaton as in Figure 3.

mempunyai automaton berikut seperti pada Rajah 3.

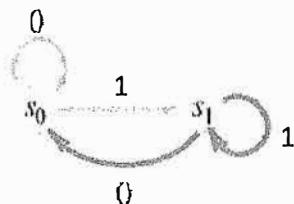
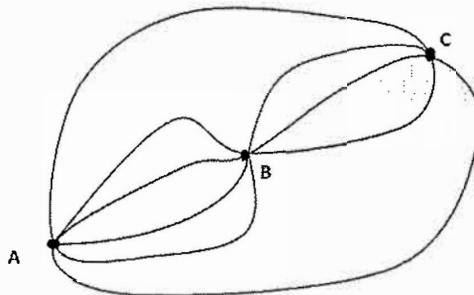


Figure 3 / Rajah 3

**PART B : Fill in the blanks with the correct answer for each of the following questions.****BAHAGIAN B:** Isikan ruang bagi jawapan yang betul untuk setiap soalan yang berikut**Question/Solution:****Marks:  
[10 M]****Q1. How many distinguishable permutations of the letters in the word BANANA**

are there? \_\_\_\_\_.

*Berapa bilangan permutasi yang berbeza bagi huruf-huruf terdapat dalam**perkataan BANANA? \_\_\_\_\_.***Q2. Three small towns, designated by A, B and C are interconnected by a system of two-way roads as shown in Figure 4. How many ways are there to travel from town A to town C?***Terdapat tiga bandar kecil, dinyatakan sebagai A, B dan C adalah berhubungan dengan suatu sistem jalanraya dua arah seperti ditunjukkan dalam Rajah 4. Berapakah bilangan laluan yang ada untuk perjalanan dari bandar A ke bandar C? \_\_\_\_\_.***Figure 4 / Rajah 4****Q3. There are a number of \_\_\_\_\_ different five-person committees that can be formed, each containing two women from an available set of 10 women and three men from an available set of 12 men.***Terdapat bilangan seramai \_\_\_\_\_ ahli jawatankuasa lima-orang yang berbeza boleh dibentuk, setiap satu mengandungi dua orang wanita daripada set 10 orang wanita yang ada dan tiga orang lelaki daripada set 12 orang lelaki yang ada.*

**Questions Q4 and Q5 refer to the following probability problem.**

*Soalan Q4 dan Q5 merujuk kepada masalah kebarangkalian berikut.*

**In a group of students taking part in the Fiesta program at Kolej Siswa Jaya, 65% are females. One student is randomly selected for a survey involving the type of activities that they are following.**

*Bagi suatu kumpulan pelajar yang mengikuti program Fiesta di Kolej Siswa Jaya, 65% adalah perempuan. Seorang pelajar dipilih secara rawak untuk tinjauan yang melibatkan jenis aktiviti yang diikuti.*

**Q4. Find the probability that the student selected is a male. \_\_\_\_\_.**

*Dapatkan kebarangkalian pelajar dipilih adalah lelaki.*

**Q5. It was later learned that the selected survey subject was participating in the dodge ball competition. If 19.5% of males play dodge ball, whereas 12% of females participated in the same competition, what is the probability that the selected subject who plays dodge ball is a female ? \_\_\_\_\_.**

*Kemudian diketahui bahawa subjek tinjauan yang dipilih telah mengambil bahagian dalam pertandingan mengelak bola. Jika 19.5% pelajar lelaki bermain permainan mengelak bola, manakala 12% pelajar perempuan mengikuti pertandingan yang sama. Apakah kebarangkalian bahawa subjek yang dipilih bermain mengelak bola adalah perempuan?*

**Q6. If fifty people are chosen in any way from some group, then how many subsets can be chosen so that all of them were born on the same day of the week?**

*Jika lima puluh orang dipilih dalam sebarang cara dari suatu kumpulan, maka berapa bilangan subset boleh dipilih supaya semua antara mereka lahir pada hari yang sama dari satu minggu*

Questions Q7 and Q8 refer to the following figure (Figure 5)

Soalan Q7 dan Q8 merujuk kepada rajah berikut (Rajah 5)

The weighted graph shows distances between towns A-G via a few major roads.

Graf berpemberat menunjukkan jarak antara bandar A-G melalui beberapa jalan utama.

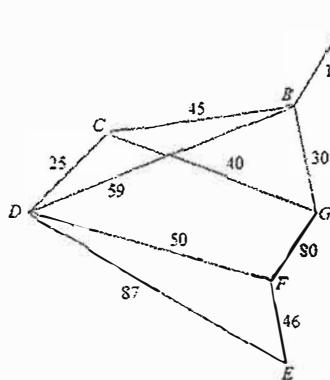


Figure 5 / Rajah 5

Q7. The shortest route between A and G is \_\_\_\_\_.

Jalan paling dekat antara A dan G adalah \_\_\_\_\_.

Q8. The distance of the shortest route between A and G is \_\_\_\_\_.

Jarak bagi jalan paling dekat antara A dan G adalah \_\_\_\_\_.

Q9. In Figure 6, the typical tree  $v_3$  is the siblings of  $v_1$  and  $v_2$  and also the \_\_\_\_\_

( offspring / ancestor / parent ) of  $v_0$ .

Pada Rajah 6, pohon biasa  $v_3$  adalah adik-beradik  $v_1$  and  $v_2$  dan juga adalah \_\_\_\_\_

( anak / leluhur / ibubapa ) bagi  $v_0$ .

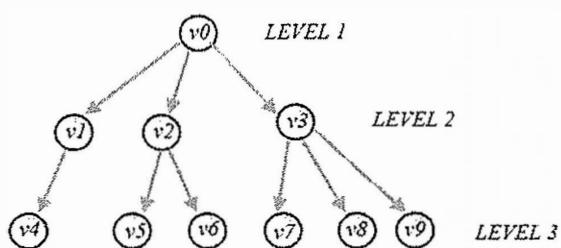


Figure 6 / Rajah 6

**Q10.** Suppose that we have a finite set  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_n\}$ , a finite set  $I$ , and for each  $x \in I$ , a function  $f_x: S \rightarrow S$ . Let  $F = \{f_x | x \in I\}$ . Then triple  $\{S, I, F\}$  is called a \_\_\_\_\_.

(finite state machine / deterministic finite automata / finite set of states)

Katakan kita mempunyai set terhingga  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_n\}$ , set terhingga  $I$ , dan untuk setiap  $x \in I$ , suatu fungsi  $f_x: S \rightarrow S$ . Biar  $F = \{f_x | x \in I\}$ . Maka tigaan  $\{S, I, F\}$  dipanggil \_\_\_\_\_.

(mesin keadaan terhingga / automata ketentuan terhingga / set terhingga bagi keadaan).

**PART C [ 40 Marks ]:** Answer all FOUR (4) questions in the space provided.

**BAHAGIAN C [ 40 Markah ]:** Jawab semua EMPAT (4) soalan pada ruang disediakan

**Q1. How large a group is needed to ensure that at least three have birthdays in the same month?**

*Berapa ramai suatu kumpulan diperlukan untuk memastikan sekurang-kurangnya tiga mempunyai tarikh lahir dalam bulan yang sama?*

*Solution:*

*Marks:*

**[8 M]**

Q2. (a) Consider the diagraph of the machine M as shown in Figure 7. Let  $S = \{s_0, s_1, s_2\}$  and  $I = \{0, 1\}$ . Define the state transition function.

Pertimbangkan diagraf dalam bagi mesin M seperti yang ditunjukkan dalam Rajah 7. Biar  $S = \{s_0, s_1, s_2\}$  dan  $I = \{0, 1\}$ . Takrifkan fungsi peralihan keadaan tersebut.

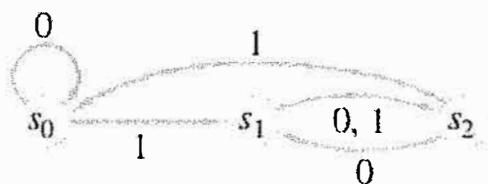


Figure 7 / Rajah 7

(b) Construct the state transition table of the finite state machine.

Bina jadual peralihan keadaan bagi mesin keadaan terhingga tersebut.

Solution:

(a)

Marks:

[12 M]

(b)

**Q3.** Let  $A = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}$  and let  $T = \{(v_2, v_1), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_6), (v_2, v_7), (v_7, v_8), (v_8, v_9), (v_5, v_{10})\}$ .

Biar  $A = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}$  dan  $T = \{(v_2, v_1), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_3, v_5), (v_4, v_6), (v_2, v_7), (v_7, v_8), (v_8, v_9), (v_5, v_{10})\}$ .

- (a) Sketch the digraph of  $T$ .

Lakarkan diagraf bagi  $T$

- (b) By inspection show that  $T$  is a rooted tree.

Dari pemerhatian tunjukkan bahawa  $T$  adalah pokon berakar.

- (c) Identify the root of the tree.

Kenalpasti akar bagi pokon tersebut.

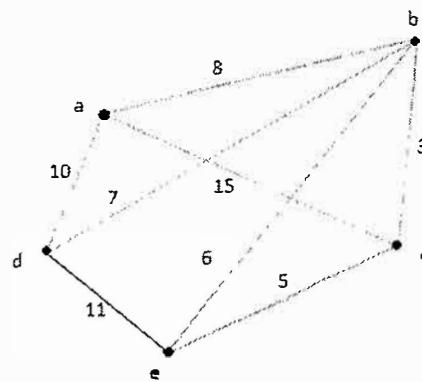
Solution:

Marks:

[8 M]

**Q4.(a)** The weighted graph in Figure 8 shows the distances between five points  $a, b, c, d, e$ . Apply the Djikstra's algorithm to find the shortest distance from vertex  $a$  to  $e$ .

Graf berpemberat pada Rajah 8 menunjukkan jarak antara lima titik  $a, b, c, d, e$ . Gunakan algoritma Djikstra untuk mendapatkan jarak terdekat daripada bucu  $a$  ke  $e$ .



**Figure 7 / Rajah 7**

*Solution:*

*Marks:*

[4 M]

- (b) Determine if the graph in Figure 9 has a Hamiltonian cycle and construct this cycle. If no Hamiltonian cycle exists, determine whether the graph has a Hamiltonian path and construct the path.

Tentukan sekiranya graf dalam Rajah 9 mempunyai kitaran Hamiltonian dan bina kitaran tersebut. Jika tidak wujud kitaran Hamiltonian, tentukan jika graf mempunyai jalan Hamiltonian dan bina jalan tersebut.

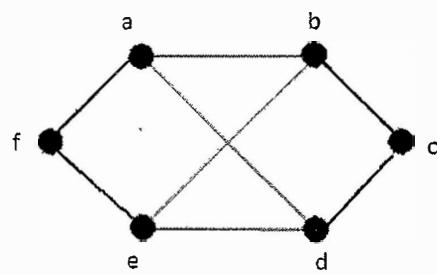


Figure 9 / Rajah 9

Solution:

Marks:

[8 M]